

SOS: 模糊图象反扩散恢复的“搜寻-单击”算法

蔡利栋 林 瑛

(暨南大学计算机科学系, 广州 510632)

摘 要 为了对模糊图象进行高保真度的复原, 研究讨论了一种模糊图象的反扩散恢复算法. 该算法首先以图象模糊的尺度为准, 在比较了逐次递推算法和传统的单击算法的基础上, 给出了它们的适用范围; 进而提出了“搜寻-单击”算法, 它用逐步逼近方式来探定未知的模糊尺度, 然后以尽可能小的累积误差完成反扩散计算, 从而实现了模糊图象恢复的盲处理. 最后, 采用自然模糊与人工模糊的图象对恢复算法进行了验证, 包括算法对模糊尺度的灵敏度算法的有效应用范围, 以及纹理结构或景深偏差变化的模糊图象经恢复处理后的效果比较等. 试验结果表明对数字图象作 SOS 反扩散恢复处理可产生常规光学摄影技术所不可能取得的场景清晰度.

关键词 反扩散恢复 模糊尺度 单击算法 逐次递推算法 “搜寻-单击”算法

中图法分类号: TP391.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2001)07-0618-06

SOS: A “Search and One Shoot” Algorithm for Restoration of Blurred Images using Inverse Diffusion

CAI Li-dong, LIN Ying

(Department of Computer Science, JiNan University, Guangzhou 510632)

Abstract Images may be blurred due to diffusion. This paper investigates the inverse diffusion algorithms for restoration of such images. The conventional One Shoot (OS) algorithm and the Successive Recursion (SR) algorithm are analysed, their performance are compared, and the limits to their validity scopes are revealed and formulated in terms of the blur scales; all these lead to propose a novel “Search and One Shoot” (SOS) algorithm, where the unknown blur scale of a diffused image is detected in a successive approximation manner and the inverse diffusion computing is accomplished in One Shoot with an as small accumulative error as possible. Then, both natural and artificial blurred images are used for tests on the restoration algorithms, including their sensitivity to blur scales of images, their validity scopes, and the effects of SOS algorithm applied to blurred images of incoherent textural structure or scene depth, etc. The experimental results provides evidence that the digital image restoration using inverse diffusion technique can make images of high clarity in scene depth that is beyond the capability of common optical photographic techniques.

Keywords Inverse diffusion, Blur scale, One Shoot, Successive recursion, Search and One Shoot

0 引言

由大气湍流、光学或电子成象系统的镜头畸变或聚焦不准等原因引起的成象模糊可以用下列扩散(热传导)过程为模型来描述^[1]

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} f(x, y, t) = b \nabla^2 f(x, y, t) \\ f(x, y, 0) = f_c(x, y) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $f_0(x, y)$ 为初始时刻 ($t=0$) 未扩散的清晰图象, 即原始图象; $f(x, y, t)$ 为 t 时刻已扩散的模糊的图象, b 为热传导(扩散)系数 ($b>0$), 表示扩散速率.

从图象平滑的角度看, 上述扩散过程正是高斯平滑过程, 即以 σ 为尺度的高斯分布对图象做卷积

$$F(x, y, \sigma) \equiv f(x, y) * g(x, y, \sigma) \quad (2)$$

平滑虽然压制了噪声, 但同时也会破坏图象的结构, 导致图象模糊^[2,3]. 扩散模糊的尺度即高斯平滑的尺

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69575019); 广东省自然科学基金资助项目(950617)

收稿日期: 2000-08-25; 改回日期: 2001-03-14

度 σ , 它与扩散时间 t 的关系是

$$\sigma^2 = 2bt \quad (3)$$

既然高斯平滑可以通过求解扩散方程来实现, 因此可称其为扩散平滑^[3]; 消除模糊以复原图象, 自然也可以通过扩散的逆过程——反扩散来进行。这是一项图象恢复(restoration)的工作, 其任务是尽可能地消除降质图象的模糊, 以最大的保真度对图象进行复原。尽管结果的情晰度也会提高, 但其目的只在于还图象以本来面目, 而非刻意于图象增强(enhancement), 亦即不是人为地突出某些感兴趣的图象视觉特征, 压抑另一些无关的图象特征, 乃至引入畸变也在所不惜。

1 模糊图象反扩散恢复的单击(OS)算法

对模糊图象做反扩散恢复可有如下两种方式:

(1)通过扩散方程作反扩散;(2)通过反扩散方程作反扩散。前者由 Rosenfeld 和 Kak 提出^[1], 表示为

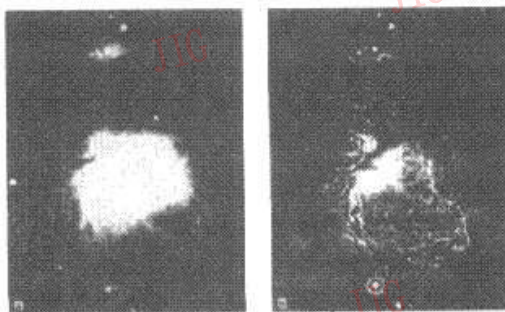
$$\begin{aligned} f(x, y, 0) &= f(x, y, 1) - b\nabla^2 f(x, y, 1) \\ &= (1 - b\nabla^2) f(x, y, 1) \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $f(x, y, 1)$ 是输入的被扩散而模糊的图象, $f(x, y, 0)$ 是待输出的未扩散的原始图象, Laplace 算子可利用点 (x, y) 的 4-邻点来离散

$$\begin{aligned} \nabla^2 f(x, y, 1) &= f(x-1, y, 1) + f(x+1, y, 1) + \\ & f(x, y-1, 1) + f(x, y+1, 1) - \\ & 4f(x, y, 1) \end{aligned} \quad (5)$$

方程(4)相当于在方程(1)中取 $t=1$, 也即通过单步处理来消除扩散模糊影响的, 所以可称其为“单击”OS(One Shoot)算法。

应用这一算法获得的结果好坏参半, 有相当成功的(图1)^[4], 也有令人失望的(图2中 $\sigma^2=1.2$ 所在行的图象)。



(a) 输入的模糊图象 (b) 反扩散恢复后的图象

图1 Orion nebula 猎户座星云照片的反扩散恢复^[4]

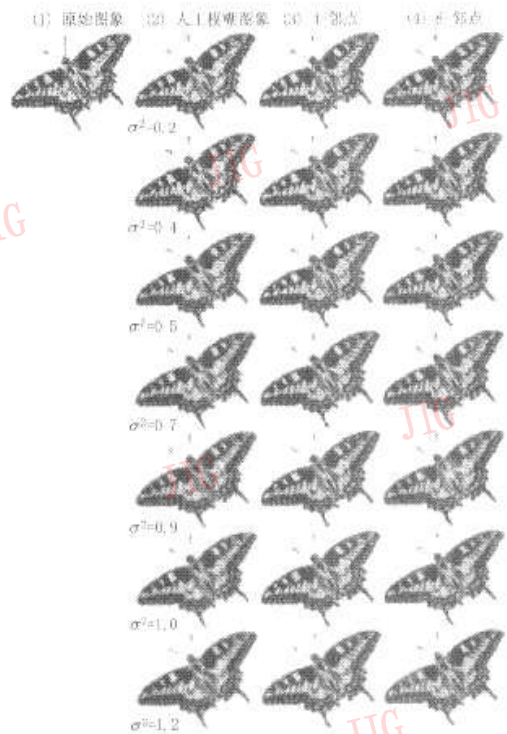


图2 不同 σ 尺度上的扩散模糊图象以及 4-邻点与 8-邻点 OS 算法反扩散处理结果对比

为消除扩散模糊的影响, 利用 8-邻点来离散 Laplace 算子^[2]

$$\begin{aligned} \nabla^2 f(x, y, 1) &= \frac{1}{4} [f(x-1, y-1, 1) + f(x+1, y-1, 1) + \\ & f(x+1, y+1, 1) + f(x-1, y+1, 1)] + \\ & \frac{1}{2} [f(x-1, y, 1) + f(x+1, y, 1) + \\ & f(x, y-1, 1) + f(x, y+1, 1)] - \\ & 3f(x, y, 1) \end{aligned} \quad (6)$$

虽然也可以改善结果, 但是计算结果好坏参半的问题依然存在, 其原因已在文献[5]中指出。设 $g(x, y)$ 为原始图象 $f(x, y, 0)$ 扩散后的结果图象, 则从扩散方程出发, 可利用 OS 算法来作图象的恢复。实际上, 这就默认了输入的模糊图象 $f(x, y, 1)$ 应与扩散图象 $g(x, y)$ 相当接近, 从而使其反扩散计算的结果与原始图象也相当接近; 也即默认了扩散方程的数值稳定性约束条件——扩散计算带来的误差应不大于原始图象本身的误差(包括数据噪声在内)。根据这个约束条件可确定扩散系数的取值界限, 从而进一步确定 OS 算法奏效的范围, 也就是可被成功恢复的图象, 其扩散模糊尺度的最大值^[5]为

$$\begin{aligned} b \leq \frac{1}{4}, \text{ 从而 } \sigma &\leq \sqrt{\frac{1}{2}} \quad (\text{4-邻点 OS}) \\ b \leq \frac{1}{2}, \text{ 从而 } \sigma &\leq 1 \quad (\text{8-邻点 OS}) \end{aligned} \quad (7)$$

比如,当 $b=1/4$ 时,可允许图象的模糊尺度达到 $\sigma = \sqrt{1/2}$,凡这一类模糊图象都可利用 4-邻点 OS 算法成功地恢复;而超出此范围的模糊图象则不能恢复,而只是增强,在 σ 超出不多时,往往是反差增强,并伴有畸变出现,在 σ 超出甚多时,图象可能有严重畸变而难于辨识(见图 2)。当 $b=1$ 时,扩散方程(1)化为 $\partial f(x, y, t) / \partial t = \nabla^2 f(x, y, t)$,尽管它是被广泛引用的扩散模型^[6],然而它并不符合约束条件(7)。以它为模型,用 OS 算法处理各种模糊图象,则误差放大可达 5 倍^[5],此时图象恢复将失去依据,实际上已不可能成功,至多是某种程度的增强(见图 2)。

反之,给定一类图象,其模糊尺度为 σ ,那么,当 $\sigma \leq \sqrt{1/2}$ 时,这些图象总是可以选用 $b \leq \sigma^2/2 = 1/4$ 的 4-邻点或 8-邻点 OS 算法予以恢复;当 $\sqrt{1/2} < \sigma \leq 1$ 时,它们只能用 $b \leq 1/2$ 的 8-邻点的 OS 算法予以恢复;当 $\sigma > 1$ 时,即使是 8-邻点的 OS 算法也没把握能予以恢复,但能作一定程度的增强;至于 $\sigma \geq 2$ 时,要能对模糊图象有所增强而不为畸变所淹没,恐怕已属不易了。这些已由实验所证实。

OS 算法的优点是单步计算,如能给定模糊尺度 σ ,则可根据方程(3)确定扩散系数 b ,且一步计算到位。但是,大多数待处理图象的模糊尺度 σ 是未知的,所以扩散方程中 b 的取值难于事先确定。以“不变应万变”,即用同一个 b 值应付所有的模糊图象显然是不妥的,于是只能对各个具体的图象尝试性地取 b 值,这样也就难于一步到位,往往不是反扩散“不足”,就是反扩散“过头”,即使是可恢复的图象也需要多次盲目地重头计算,结果造成浪费,更遑论去恢复无望的图象了。

2 模糊图象反扩散恢复的逐次递推(SR)算法

与其遵循扩散方程多次盲目地重复进行 OS 单步计算,还不如直接从下列反扩散方程出发来进行处理^[5~8]。

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} f(x, y, t) = -b \nabla^2 f(x, y, t) \\ f(x, y, 0) = f_0(x, y) \end{cases} \quad (8)$$

其中, $f(x, y, 0)$ 是输入的模糊图象, $f(x, y, t)$ 是模糊逐渐被消除时,各次反扩散处理的输出图象。反扩散方程(8)与扩散方程(1)的差别,只是在扩散系数 b 的前面添加了一个负号,但这一不起眼的改动却为扩散与反扩散过程直接共享同一计算程序提供了方便,也为反扩散计算的逐次递推方式的应用以及简明的误差估计开辟了道路,从而允许选取一个相对小的 b 值,经过 t 次递推求解来消除扩散模糊,并适时停止处理。此即所谓“通过反扩散方程来做反扩散”恢复的“逐次递推”(successive recursion, SR)算法^[5],表示为

$$\begin{aligned} f(x, y, t) &= (1 - b \nabla^2) f(x, y, t-1) \\ &= (1 - b \nabla^2)^t f(x, y, 0) \\ &\approx (1 - bt \nabla^2) f(x, y, 0) \end{aligned} \quad (9)$$

$t = 1, 2, 3, \dots$

式(9)中,当 $t=1$ 时,SR 算法等价于 OS 算法;当 $t > 1$ 时,由 $\sigma^2 = 2bt = 2 \cdot bt$ 可知,SR 算法 t 次递推的结果相当于 OS 算法取 bt 为扩散系数时一步计算到位的结果。由此可见,当 b 取值相对小时,即使最后一次递推出现反扩散“过头”,其导致的畸变也不会大,必要时还可以通过一次扩散予以弥补。这样,应用 SR 算法作反扩散恢复即可以减少在搜寻未知的模糊尺度 σ 时的盲目性。

然而,反扩散过程本身及其数值计算都是不稳定的,随着时间增长,计算的累积误差将以指数形式增长。对此可以引入正则化处理来解决^[3~11]。但是,就 OS 和 SR 算法而言,对于模糊尺度为 σ 的同一图象,它们的误差放大因子是有界的^[5]: OS 算法的误差放大因子是 $\lambda = 1 + 2\sigma^2$;而 SR 算法的误差放大因子为 $\lambda \approx e^{2\sigma^2} > 1 + 2\sigma^2 + 2\sigma^4$ 。在 σ 较小的时候,二者相差无几,且 SR 算法的误差略大;但随着 σ 增大,二者的差别迅速扩大,SR 算法的累积误差明显大于 OS 算法。

3 模糊图象反扩散恢复的搜寻-单击(SOS)算法

注意以下两个事实:

① 模糊图象的反扩散恢复处理,其关键在于找准模型的扩散系数 b 的值;

② 处理同一幅模糊图象时,SR 算法的累积误差总是比 OS 算法的大。

因此,当 SR 算法处理的结果中出现刚可察觉

的几何畸变时,以 OS 算法处理同一图象的结果中,通常还不会有可察觉的畸变,由此,合理的做法是取较小的 b 值,利用 SR 算法经 t 次递推来搜寻未知的模糊尺度 $\sigma = \sqrt{2bt}$ 值,然后以 bt 作为 OS 算法的扩散系数进行单步恢复,以便尽可能地限制反扩散计算的误差放大;同理,也可再对 σ 值作修正、精化,这就是“搜寻-单击”算法 SOS (Search and One-Shoot). 其具体算法如下

- ① 置 $k=1, b_0=0$; 取定 b_1 的值, 比如 $b_1=0.1$;
- ② 以 b_k 为扩散系数, 执行 SR, 计算 $\tilde{f}_k = (1 - b_k \nabla^2)^t f_0$, 直到出现刚可察觉的畸变. 设此时递推的次数为 t_k , 计算 $b_k = b_{k-1} + \tilde{b}_k t_k$;
- ③ 以 b_k 为扩散系数, 执行 OS, 计算 $\bar{f}_k = (1 - b_k \nabla^2)^t f_0$;
- ④ 如 \bar{f}_k 无畸变, 则 $f_k = \bar{f}_k$; 否则 $f_k = (1 + \tilde{b}_k \nabla^2) \bar{f}_k, b_k = b_k - \tilde{b}_k$;
- ⑤ 如 $b_k = b_{k-1}$ 或 $\tilde{b}_k \leq \epsilon$, 则停止计算, 否则继续;
- ⑥ $k = k + 1, b_k = \frac{1}{2} b_{k-1}$, 转步骤②.

4 模拟实验

由于降质图象的模糊尺度 σ 是完全未知的, 所以对这类图象的反扩散恢复是一种盲处理 (blind processing). 为此, 采用人工模糊与自然模糊的两类图象来验证各个算法的效果. 由于注意到人工模糊的图象中噪声微弱的特点, 所以这类图象中不再添加噪声.

实验 1 检测 OS 算法的有效应用范围与恢复处理对尺度 σ 的灵敏度

以 4-邻点和 8-邻点 OS 算法对同一蝴蝶图片分别作反扩散处理, 结果见图 2. 图 2 左上角是原始清晰图象, 第 2 列是人工模糊图象, 对应于不同的高斯尺度 σ (如图中标识), 即反扩散时选用的尺度; 第 3 列是在各 σ 尺度上用 4-邻点 OS 算法恢复的结果. 注意, 当 $\sigma^2 < 0.5$ 时, 图象得到了良好的恢复; 此后, 恢复处理的图象开始出现畸变. 相应地, 第 4 列是用 8-邻点 OS 算法恢复的结果. 注意, $\sigma^2 < 1$ 时, 图象得到了良好地恢复; 此后, 图象开始失真, 并随 σ 的增大而加重, 结果令人失望.

实验 2 给出 SOS 算法的处理结果和相应流程对同一蝴蝶图片 (图 3(a)) 取 $\sigma = 1.1$ 作人工模

糊 (如图 3 的 f_0); 然后以 8-邻点 SOS 算法作反扩散处理; 最后, 在 $b = 0.575$ 时, 也即 $\sigma = 1.07$ 时, 取得最大保真度的恢复结果 (如图 3 的 f_4).

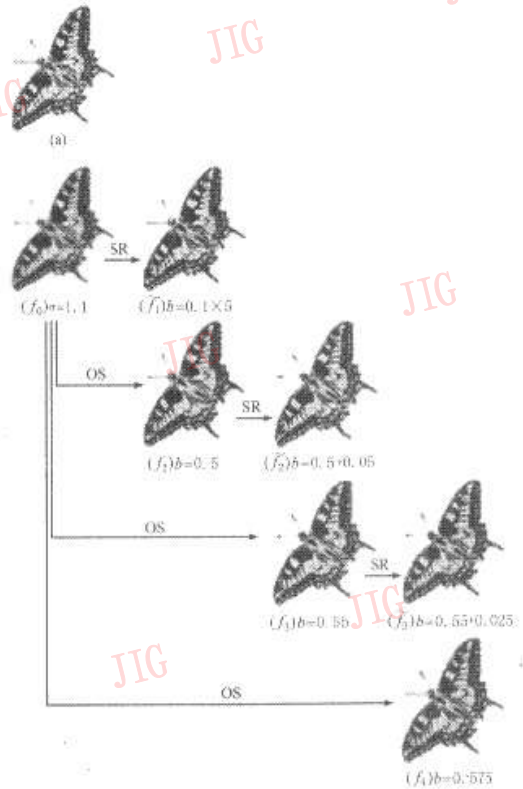


图 3 用“搜寻-单击”SOS 法对人工模糊 (尺度 $\sigma = 1.1$) 的蝴蝶图进行恢复处理的流程. (a) 是原始清晰图象, (f_0) 是模糊图象, (f_1) 至 (f_4) 是反扩散恢复过程中的结果.

实验 3 检测 SOS 算法对大小不等的纹理结构的可恢复性

对蜥蜴图片 (图 4(a)) 作 $\sigma = 1.0$ 的人工模糊 (见图 4(b)), 对它作反扩散处理, 在 $b = 0.5$ 时所得到的恢复图象未产生畸变, 大小不同的纹理结构组织基本恢复, 其结果见图 4(c).

以上 3 个实验都是对清晰的原始图片作人工扩散模糊, 然后进行反扩散恢复, 主要用来验证模糊图象的可恢复性和算法的有效范围, 以及测试恢复处理对模糊尺度的灵敏度. 结果表明, 模糊尺度可以通过逐次搜寻而测定, 因而在未知 σ 的情况下, 以 SOS 算法作盲处理是可行的, 所以有理由对自然模糊的图片进行反扩散恢复处理, 以进一步验证 SOS 算法.



图4 对蜥蜴图片作 SOS 反扩散恢复处理

注意到在进行拍摄时,对多个景物构成的自然场景要选择“对焦点”。由于场景各部位的景深不同,与对焦点的偏差或多或少,有正有负,因而导致成象后各景物清晰/模糊的程度不同。模糊实际上正是脱焦的结果,所以单张场景图片可同时提供多个景物的、不同扩散模糊尺度的成象结果。尽管并不了解各模糊尺度的大小,但却能比较它们同时作反扩散恢复的效果。以下两个实验为例来说明 SOS 算法的效果。

实验4 对景深偏差逐步增加的场景图象试验。

以 SOS 算法对桃树图象(图 5(a))作处理。该图片在拍摄时聚焦于兴趣点(右下方三分之二处)上的

桃果,在桃果后方,离对焦点近的枝叶和离桃果远的枝叶因脱焦而有不同程度的模糊。

取扩散系数 $b=0.8$ 进行处理得到图 5(b),该图虽已保持了桃果的清晰,又消除了邻近枝叶的脱焦模糊,但仍不能消除较远枝叶的脱焦模糊。选取更大的扩散系数(即使达到 $b=2.2$),在处理后的图象 5(c)中,较远的枝叶仍然不能消除模糊,而桃果和邻近的枝叶却发生了畸变。这就表明,自然景物模糊图象与人工模糊图象的恢复结果是一致的,当某一景物的扩散模糊尺度 $\sigma > 1$ 时,即使是 SOS 算法也不能良好地予以恢复。

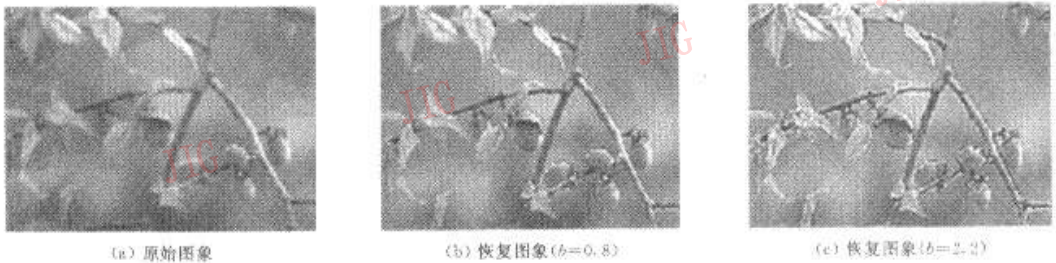


图5 对桃树图片作 SOS 反扩散恢复处理

实验5 对景深偏差有正有负的场景图象试验。

以 SOS 算法对“荷香”图片(图 6(a))进行恢复处理。该图片在拍摄时采取常用的“增加景深”的手法,对焦点选择在荷花的前表面和上部蜻蜓躯体表面之间,其结果一方面当然避免了任一景物出现明显的模糊;而另一方面,却是任一景物都或正或负地脱焦、模糊程度深浅不同罢了。经反扩散恢复处理后,各景物的模糊同时被消除(图 6(b)),这就有力地表明了计算机反扩散恢复处理可产生日常摄影技术所不可能取得的效果。

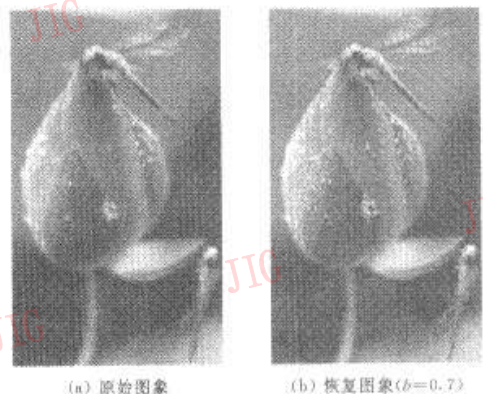


图6 用 SOS 算法对脱焦有正有负的“荷香”图片进行反扩散恢复处理

5 结论

本文讨论了模糊尺度未知的图象的反扩散恢复问题, 首先以图象模糊的尺度为准, 对单击(OS)算法与逐次递推(SR)算法进行了比较, 结果显示前者累积误差虽恒小于后者, 但难于确定扩散系数的取值, 而后者则可以在逐次递推中接近扩散系数值; 进而提出了二者结合的搜寻-单击(SOS)算法, 该算法是先用 SR 算法来逐步搜寻, 以逼近图象的模糊尺度值, 然后用 OS 算法作一步到位的反扩散处理, 以便保持尽可能小的误差增长。由于反扩散计算的数值不稳定性, 上述 3 种算法均不可避免会引起累积误差增长。对于模糊尺度为 σ 的图象, 尽管其反扩散计算的误差放大因子为 σ 的有界函数, 但由于其随着 σ 的增大而增大, 因此反扩散处理只能在一定的 σ 范围内达到恢复图象本来面目的目的, 若超出此范围, 则畸变明显, 只能起到图象增强的作用, 甚至徒劳无功。尽管如此, 无论 σ 取何值, 与 SR 和 OS 相比, SOS 算法不仅保持了最小的误差放大, 而且又尽可能地消除了扩散模糊的影响。这些对于模糊尺度一无所知的图象恢复是有意义的。

当然, SOS 算法对于几何畸变和恢复质量的评估目前仍主要采取人机交互的主观评测方式, 尽管这在盲恢复处理中是至今常用的有效方式, 但终究是不得已之举。现在已可通过探讨扩散平滑和反扩散恢复中曲线凸性的演化, 来导出某种形式的客观评测准则。

参考文献

- 1 Rosenfeld A, Kak A C. Digital picture processing. New York, Academic Press[M], 1976:174~178.
- 2 Koenderink J J. The structure of images[J]. Biological Cybernetics, 1984, (50): 363~370.

- 3 Cai L D. Some notes on repeated averaging smoothing[A]. In: J. Kittler (Ed.), Lecture Notes in Computer Science[C]. Berlin, Germany: Springer-Verlag Press, 1988, 301:597~605.
- 4 Russ J C. The image processing handbook[M]. C. R. C Press, USA, 1972:26.
- 5 Cai L D. Notes on image restoration using inverse diffusion[A]. In: Proc. of ICIG'2000, 中国图象图形学报(增刊, 英文版), 2000, 5:131~134.
- 6 冯康等. 数值计算方法[M]. 北京: 科学出版社, 1973:493.
- 7 Ames W F. Numerical methods for partial differential equations [M]. (2nd Edition), New York, Academic Press, 1977.
- 8 Cai L D. Scale-based surface understanding using diffusion smoothing [D]. Ph. D. Thesis, Department of Artificial Intelligence, University of Edinburgh, January 1990.
- 9 Tikhonov A N, Arsenin V Y. Solutions of ill-posed problems [M]. Washington, D.C.: V.H. Winston & Sons, 1977.
- 10 Sochen N, Zeevi Y Y. Super-resolution of grey-level images by inverse diffusion processes[A]. In: Proc. of 9th Mediterranean Electrotechnical Conference, IEEE. Part, [C] 1998, (1): 91~95.
- 11 Pollak I, Willsky A S, Krim H. Scale space analysis by stabilized inverse diffusion equations [A]. In: Proc. of the First International Conference on Scale-Space Theory in Computer Vision[C], Berlin, Germany. Springer-Verlag, 1997:200~211.



蔡利栋 1970年毕业于清华大学, 1985~1989年在英国爱丁堡大学人工智能系攻读计算机视觉博士学位, 现在暨南大学计算机科学系任教授, 主要从事人工智能、计算机视觉、图象处理等方面的教学和研究。



林 瑛 2000年获暨南大学计算机软件硕士学位, 现在珠海市珠海友通科技有限公司从事 PACS 系统(Picture Archiving and Communication Systems)以及医学图象处理的软件开发工作, 研究方向是计算机视觉与图象处理。